

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ»
инженерный лицей-интернат КНИТУ-КАИ

ПРИНЯТО
на заседании Педагогического совета

Протокол № 1
от «17» августа 2020 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор инженерного лицей-
интерната КНИТУ-КАИ
Д.Д.Т. Абидуллин
«17» августа 2020 г.



Рабочая программа

по элективному курсу

по направлению математика

«Решение задач повышенной сложности по алгебре и началам анализа»

Уровень образования: среднее общее образование

Класс: 10-11

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА»

Предметные результаты освоения курса

Выпускник научится

- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений
- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств
- владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на

- числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
 - владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
 - владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
 - владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
 - владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;
 - применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;
 - применять при решении задач преобразования графиков функций;
 - владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;
 - применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.
 - определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);
 - интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
 - определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
 - Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
 - применять для решения задач теорию пределов;
 - владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
 - владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
 - вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
 - исследовать функции на монотонность и экстремумы;
 - строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;
 - владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;
 - владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;
 - применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.
 - решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;

Выпускник получит возможность научиться:

- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*

- свободно решать системы линейных уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;
- иметь представление о неравенствах между средними степенными
- владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;
- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков
- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;
- оперировать понятием первообразной функции для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);
- уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость

2. СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА»

Общие методы решения алгебраических уравнений.

Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ на уравнение $f(x)=g(x)$. Решение уравнения методом разложения на множители. Решение уравнения методом введения новой переменной. Функционально-графический метод. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам. Метод касательных. Комбинированный метод хорд и касательных. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методом Крамера. Методом Гаусса. Метод Зейделя.

Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную под знаком абсолютной величины.

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины. Методы решения: «раскрытие» модуля (т.е. использование определения); использование геометрического смысла модуля; использование равносильных преобразований; замена переменной.

Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.

Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений.

Методы решения задач с параметром.

Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром из ЕГЭ.

Решение линейных и квадратных неравенств с параметром.

Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром из ЕГЭ.

Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени.

Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение смешанных уравнений и неравенств.

Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств

Формулы тригонометрии. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы их решения. Период тригонометрического уравнения. Объединение серий решения тригонометрического уравнения, рациональная запись ответа. Аркфункции в нестандартных тригонометрических уравнениях. Тригонометрические уравнения в задачах ЕГЭ. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические неравенства. Применение свойств тригонометрических функций при решении уравнений и неравенств. Тригонометрия в контрольно-измерительных материалах ЕГЭ.

Логарифмические и показательные уравнения и неравенства.

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Применение свойств логарифмической и показательной функции при решении уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах ЕГЭ.

Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.

Использование ОДЗ. Использование ограниченности и монотонности функции. Использование графиков функций. Метод интервалов для непрерывных функций. Применение производной при решении уравнений и неравенств. Теорема Лагранжа

Задания повышенного и высокого уровня сложности в ЕГЭ, поиск идей и методов решения.

Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности в ЕГЭ. Логарифмические неравенства с неизвестными под знаком логарифма. Логарифмические неравенства с переменным основанием. Комбинированные неравенства. Нестандартные уравнения и неравенства с параметром. Исследование систем уравнений с параметром.

**3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ
СЛОЖНОСТИ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА»
В 10 КЛАССЕ**

| Разделы программы/ темы, входящие в данный раздел | Кол-во часов |
|---|--------------|
| <p style="text-align: center;">Общие методы решения алгебраических уравнений.</p> <p>Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ на уравнение $f(x)=g(x)$. Решение уравнения методом разложения на множители. Решение уравнения методом введения новой переменной. Функционально-графический метод. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам. Метод касательных. Комбинированный метод хорд и касательных. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методом Крамера. Методом Гаусса. Метод Зейделя.</p> | 8 |
| <p style="text-align: center;">Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную под знаком абсолютной величины.</p> <p>Раскрытие знаков модулей. Уравнения вида $f(x) = g(x)$ Неравенства вида $f(x) > g(x)$. Неравенства вида $f(x) < g(x)$. Уравнения и неравенства вида $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$. Методы решения: «раскрытие» модуля (т.е. использование определения); использование геометрического смысла модуля; использование равносильных преобразований; замена переменной. Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины. Зачет по теме «Уравнения и неравенства, содержащие модули».</p> | 10 |
| <p style="text-align: center;">Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.</p> <p>Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений. Решение уравнений вида $(x + a)^4 + (x + \beta)^4 = c$. Решение уравнений вида $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta) = A$ Решение уравнений вида $(ax^2 + b_1x + c)(ax^2 + b_2x + c) = Ax^2$ Решение уравнений вида $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta) = Ax^2$ Зачет по теме «Нестандартные методы решения алгебраических уравнений»</p> | 18 |
| <p style="text-align: center;">Методы решения задач с параметром</p> <p>Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения. Уравнения, неравенства и их системы, которые необходимо решить для любого значения параметра, либо для значений параметра, принадлежащих определённому множеству. Уравнения, неравенства и их системы, для которых требуется определить количество решений в зависимости от значения параметра. Уравнения, неравенства и их системы, для которых требуется найти все те значения параметра, при которых указанные уравнения (системы, неравенства) имеют заданное число решений. Уравнения, неравенства и их системы, для которых при искомым значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром из</p> | 12 |

| | |
|---|-----------|
| ЕГЭ. | |
| <p>Решение линейных и квадратных неравенств с параметром.</p> <p>Квадратный трехчлен с параметром. Свойства корней трехчлена Линейные уравнения с параметром, приемы их решения. Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Квадратные уравнения с параметром, приемы их решения. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром из ЕГЭ.</p> | 6 |
| <p>Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени.</p> <p>Иррациональные уравнения. Возведение в степень. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = h(x)$ Решение уравнений вида $\sqrt[3]{f(x)} \pm \sqrt[3]{g(x)} = h(x)$ Решение уравнений вида $\sqrt[3]{f(x)} \pm \sqrt[3]{g(x)} = h(x)$ Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Сведение решения иррационального уравнения к решению тригонометрического уравнения. Сведение решения иррационального уравнения к решению тригонометрического уравнения. Тест по теме «Решение иррациональных уравнений» Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение смешанных уравнений и неравенств.</p> | 16 |
| <i>Количество часов за курс 10 класса</i> | 70 |

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
 ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ
 СЛОЖНОСТИ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА» В 11 КЛАССЕ**

| Разделы программы/ темы, входящие в данный раздел | Кол-во часов |
|--|---------------------|
| <p>Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств</p> <p>Формулы тригонометрии. Преобразование тригонометрических выражений Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Период тригонометрического уравнения. Объединение серий решения тригонометрического уравнения – рациональная запись ответа. Аркфункции в нестандартных тригонометрических уравнениях Тригонометрические уравнения в задачах ЕГЭ. Преобразование тригонометрических выражений Тригонометрические неравенства. Применение свойств тригонометрических функций при решении уравнений и неравенств Тригонометрия в задачах контрольно-измерительных материалов ЕГЭ Тригонометрия в задачах контрольно-измерительных материалов ЕГЭ</p> | 20 |
| <p>Логарифмические и показательные уравнения и неравенства повышенной сложности.</p> | 10 |

| | |
|--|-----------|
| <p>Уравнения, содержащие неизвестную в основании логарифма. Переход к числовому основанию.</p> <p>Уравнения вида $\log_{f(x)} h(x) = \log_{f(x)} g(x)$, $\log_{f(x)} h(x) = \log_{g(x)} h(x)$.</p> <p>Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма</p> <p>Неравенства вида $\log_{f(x)} h(x) < \log_{f(x)} g(x)$,</p> <p>Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени.</p> <p>Применение свойств логарифмической и показательной функции при решении уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах ЕГЭ.</p> | |
| <p>Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.</p> <p>Использование ОДЗ.</p> <p>Использование ограниченности функций.</p> <p>Использование монотонности функций.</p> <p>Использование графиков функций.</p> <p>Метод интервалов для непрерывных функций.</p> <p>Применение производной при решении уравнений и неравенств.</p> <p>Применение теоремы Лагранжа.</p> <p>Обобщающий урок по теме «Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств»</p> <p>Зачет по теме «Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств».</p> | 18 |
| <p>Задания повышенного и высокого уровня сложности в ЕГЭ, поиск идей и методов решения.</p> <p>Логарифмические неравенства с неизвестными под знаком логарифма.</p> <p>Логарифмические неравенства с переменным основанием.</p> <p>Комбинированные неравенства.</p> <p>Нестандартные уравнения и неравенства с параметром.</p> <p>Исследование систем уравнений с параметром.</p> <p>Семинар «Задания повышенного и высокого уровня сложности в ЕГЭ, поиск идей и методов решения»</p> <p>Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности в ЕГЭ.</p> | 10 |
| <p>Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ</p> <p>Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ</p> <p>Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ</p> | 4 |
| <p>Решение комбинированных уравнений и их систем.</p> <p>Решение комбинированных уравнений и их систем.</p> <p>Решение комбинированных уравнений и их систем.</p> | 4 |
| <p>Тематические семинары</p> <p>Устный зачет</p> <p>Семинар «Методы решения задач повышенного уровня сложности»</p> | 2 |
| <p><i>Количество часов за курс 11 класса</i></p> | 68 |