***Задача 1.*** Вкладчик имеет возможность положить в банк на депозит 500 тыс. руб. на 3 года. Выбор производится между двумя банками.

Определите, какой вариант наиболее выгоден для вкладчика, если банки предлагают следующие схемы. Первый банк — 7,5 % годовых с начислением и выплатой процентов по истечении каждого года; второй банк — 7 % с ежемесячным начислением процентов и их капитализацией, а также выплатой их вместе со всей суммой по истечении срока вклада.

***Решение***

Используем формулы:



Для первого банка:

Sn = 500 000 × (1 + 0,075 × 3) = 612 500 руб.

Для второго банка:

Sn = 500 000 × (1 + 0,07 ÷ 12) 12 × 3 = 616 462,79 руб.

***Ответ:*** выгоднее разместить средства во втором банке.

**Задача 2.** Объем продукции U, выпускаемой рабочим в течение рабочего дня выражается

функцией U(t), где t время в часах, причём 1≤t≤8. Необходимо вычислишь производительность труда и скорость её изменения через 1 ч после начала и за 1 ч до окончания рабочего дня.

Решение:

1) Z(t)=U/(t) –производительность труда

Z(1)= -2,5∙12+15∙1+100=112,5(у.е./ч)

Z(7)= -2,5∙72+15∙7+100=82,5(у.е./ч)

2) - скорость изменения производительности труда

 у.е/ч2

( в конце рабочего дня производительность снизилась)

Ответ: Z(1)=112,5(у.е./ч); Z(7) =82,5(у.е./ч); у.е/ч2;

 у.е/ч2

**Задача 3.**На предприятии производят два вида игрушек – собачек и пауков. Для сборки одной собачки требуется три лапы, одна голова и два аккумулятора. Для сборки пауков требуется 6 лап, одна голова и один аккумулятор. На складе хранится 100 голов, 360 лап и 120 аккумуляторов. Стоимость собачки 3 у.е., стоимость паука 2 у.е. Сколько собак и пауков должны произвести на предприятии, чтобы получить максимальную прибыль.

Решение:

Р=2х1+3х2→мах

х1,2≥0, где х1-пауки, х2 – собаки

2.Графический метод решения.



Область допустимых решений выделена желтым цветом. Для нахождения максимума функции строим линию уровня Р=2х1+3х2=0 и вектор градиент с координатами (2;3).

Смещаем линию уровня параллельно самой себе в направлении вектора градиента и получаем максимум функции в точке с координатами (40;40)

Следовательно, надо выпускать 40 собак и 40 паучков

Находим максимальную прибыль Р=2∙40+3∙40=200 у.е.

2 Симплекс метод.

Р=2х1+3х2→мах

 разделим на 3

х1,2≥0, где х1-пауки, х2 – собаки

Запишем в каноническом виде добавив к каждому неравенству балансовую переменную, для того чтобы система неравенств стала системой равенств.

х1,2 ≥0

Выразим дополнительные переменные

Начальное опорное решение Х0=(0,0,100,120,120)

Р(Х0)=0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | Х1 | Х2 | Х3 | Х4 | Х5 | В | В/хi |
| Х3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 100 | 100 |
| Х4 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 120 | 120 |
| Х5 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 120 | 60 |
| Р | -2 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| Х2 | 0,5 | 0 | 1 | 0 | -0,5 | 40 | 80 |
| Х3 | 1,5 | 0 | 0 | 1 | -0,5 | 60 | 40 |
| Х4 | 0,5 | 1 | 0 | 0 | 0,5 | 60 | 120 |
| Р | -0,5 | 0 | 0 | 0 | 1,5 | 180 |  |
| Х3 | 0 | 0 | 1 | -1/3 | -1/3 | 20 |  |
| Х1 | 1 | 0 | 0 | 2/3 | -1/3 | 40 |  |
| Х2 | 0 | 1 | 0 | -1/3 | 1/3 | 40 |  |
| Р | 0 | 0 | 0 | 1/3 | 8/6 | 200 |  |

В последней строке все значения неотрицательные, следовательно получили оптимальное решение.

х1= 40 пауков

х2= 40 собак

х3= 20 голов осталось на складе

Находим максимальную прибыль Р=2∙40+3∙40=200у.е.

Ответ: собачек 40, пауков 40, мах. прибыль 200 у.е.

Задача 4.

Решить уравнение

Решение:

Избавимся от минусовых степеней, умножив уравнение на

Сгруппируем члены уравнения так, чтобы превратить кубическое уравнение в произведение уравнений, которые легко можем решить.

Решим каждое уравнение:

 1. ; х=1

2.

Делаем замену

=27; у1=4.

 Делаем обратную замену

 х=3

 х=2

Ответ: х=1, х=2, х=3

**Задача 5.**Найти площадь фигуры ограниченной астроидой (рис.1)



Рисунок 1. Астроида.

Согласно формуле

Решение:

Как видно из рисунка астроида фигура симметричная и обладает центральной симметрией. Поэтому вместо того, чтобы находить полную площадь, найдем площадь четверти, а потом умножим на четыре.

Согласно формуле

находим производную .

Запишем подынтегральное выражение

Найдем пределы интегрирования.

х=0=

х=а=

Находим площадь фигуры:

Используем свойство интеграла

и меняем местами границы интегрирования, одновременно меняя знак перед интегралом. Также вспоминаем формулы синуса двойного угла и понижения степени. Подставляем данные выражения под интеграл.

 ;

Произведение косинусов расписываем и подставляем под интеграл